

Matemáticas

IQ.EDU.DO

INTELIGENCIA QUISQUEYA

Arcos y ángulos de una circunferencia

¿Te has detenido en algún momento a observar tu entorno? Si miras a tu alrededor te darás cuenta que hay muchos objetos con forma circular; un plato, un anillo, el interior de una tuerca, los neumáticos de un vehículo, entre otros.



Pero, qué es una circunferencia: La circunferencia es una curva plana y cerrada cuyos puntos tienen la misma distancia a un punto dado fijo llamado centro el cual representamos con la letra “C”, como lo vemos en la figura.

Si observamos la posición del punto “C” y el punto A en la figura podemos decir que son puntos interiores de la circunferencia, es decir, que pertenecen a ella, pues el segmento CA es menor o igual a su radio.

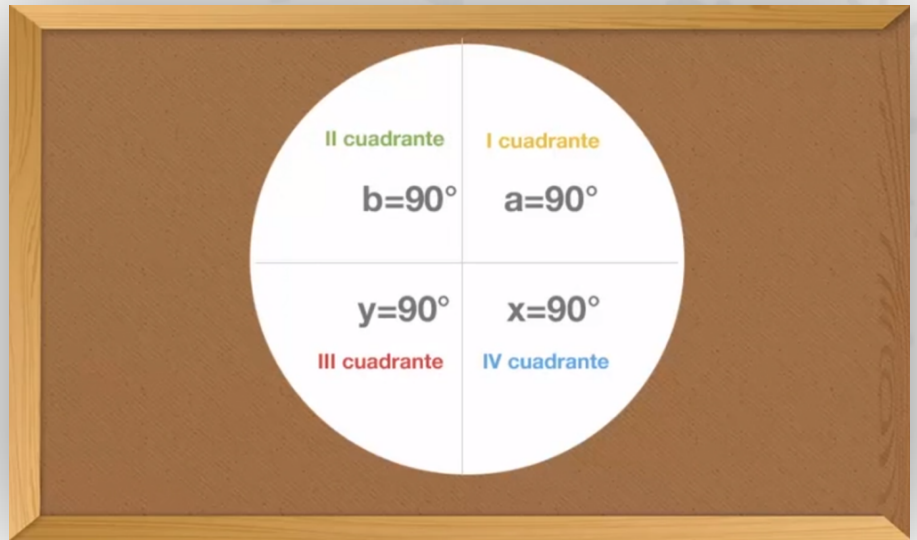
Ahora, cuando un punto del plano es mayor que el radio, entonces es exterior a la circunferencia, ya que se encuentra en la parte del perímetro de ella. El punto “X” por ejemplo; en la figura es un punto exterior.



Recuerda que el perímetro de la circunferencia es toda la superficie que está alrededor de la parte exterior de la misma.

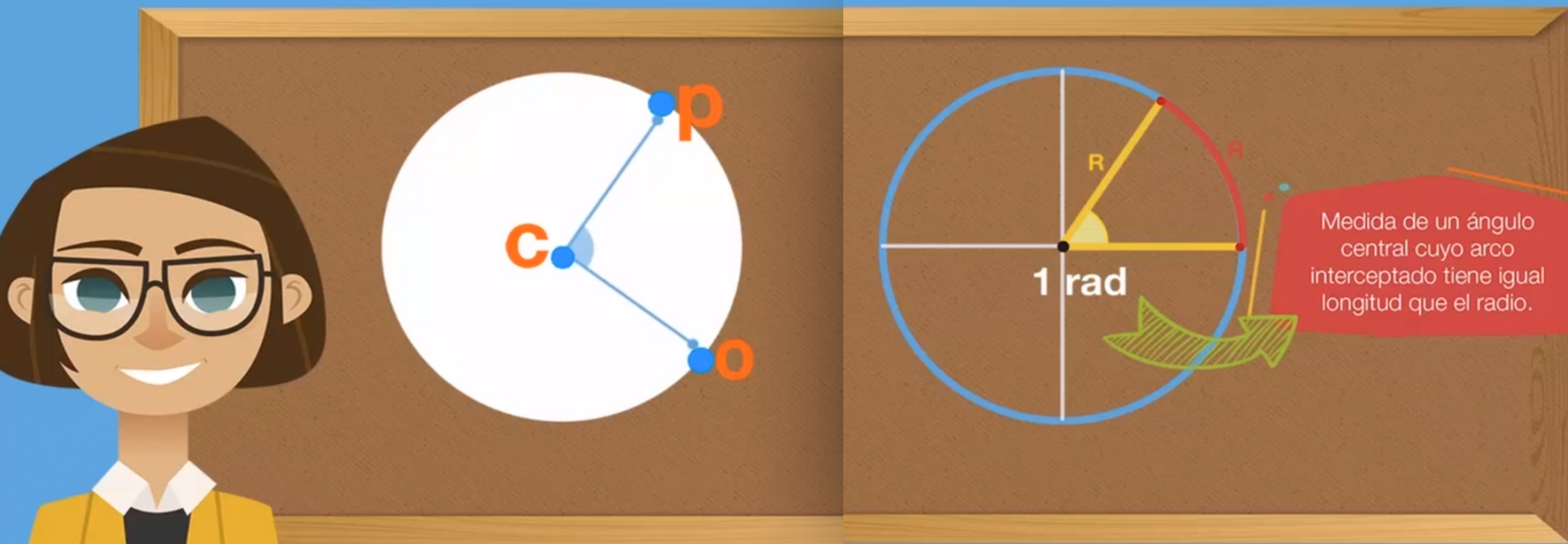
Arcos y ángulos de una circunferencia

Veamos, una circunferencia mide 360° . Si te ubicas en el plano cartesiano y giras un arco desde el primer cuadrante hasta el cuarto te darás cuenta que en cada cuadrante hay 90° . Como dio una vuelta completa, giró 360° , es decir, 90° por 4 es igual a 360° .



Ahora bien, un ángulo central es aquel que tiene su vértice en el centro de la circunferencia y los lados son radios de ella.


Por ejemplo el ángulo PCO que tiene su vértice en la circunferencia de centro "C" es un ángulo central a ella.



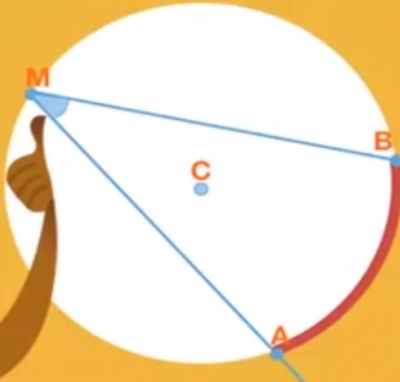
Es importante aclarar que las medidas de los ángulos centrales son independientes al radio de la circunferencia. Para medir ángulos en el sistema sexagesimal se usa el radián, que es la medida de un ángulo central cuyo arco interceptado tiene igual longitud que el radio y es equivalente a 57° , 17 minutos y 44 segundos.

Arcos y ángulos de una circunferencia

Por otro lado, el ángulo inscrito es aquel que tiene por vértice un punto de la circunferencia y sus radios son cuerdas de ella. Por ejemplo, el ángulo BMA es un ángulo inscrito en una circunferencia de centro "C". Si dos ángulos inscritos interceptan el mismo arco en una circunferencia, son congruentes. Veamos, los ángulos "XWY" y "XZY" interceptan el mismo arco XY, entonces el ángulo "XWY" es congruente con el ángulo "XZY".

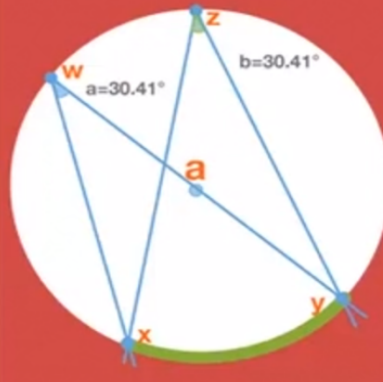


Ángulo inscrito




Es aquel que tiene por vértice un punto de la circunferencia y sus rayos son cuerdas de ella

Ángulo congruentes



Si dos ángulos inscritos interceptan el mismo arco en una circunferencia, son congruentes

Arco



Es el que se forma en una circunferencia al unir dos puntos exteriores con su centro

Pero, conoces cómo se forma un arco? Se forma al unir dos puntos exteriores con el centro de una circunferencia, donde el arco mayor es aquel que mide más que una semicircunferencia y el arco menor es aquel que mide menos que una semicircunferencia.

Arcos y ángulos de una circunferencia

Ten en cuenta que la medida de un ángulo que se encuentra en la parte central de dicha circunferencia y la longitud del arco que el ángulo intercepta, son proporcionales.

Sabiendo que un ángulo central es de 360° y la longitud de la circunferencia es de 2 por π ("pi") por radio, podemos expresar dicha proporción como: el ángulo alfa (α) sobre 360° es igual al arco alfa (a) sobre 2π por radio.

Finalmente, otro ángulo que puede ser trazado en una circunferencia es el circunscrito; este es el que tiene su vértice fuera de la circunferencia y sus lados son dos tangentes que chocan con esta.



Ángulo y longitud de arco proporcionales



Ángulo central: 360°

Longitud de la circunferencia: $2 \times \pi \times r$

$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{a}{2 \times \pi \times r}$$

Ángulo circunscrito



Es aquel que tiene su vértice fuera de la circunferencia y sus lados son dos tangentes que chocan con esta



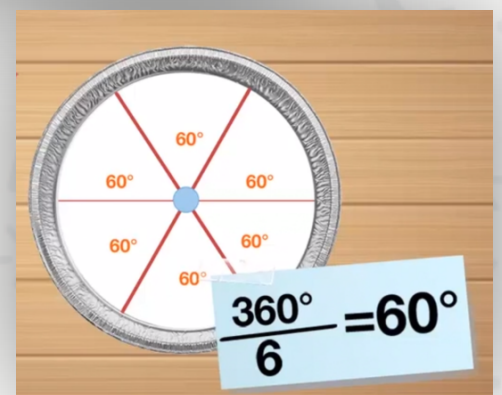
Arcos y ángulos de una circunferencia

Veamos un ejemplo concreto: Dora está pensando hacer un compartir que celebra con su esposo los 15 años de matrimonio y decide hacer un pastelón de plátano maduro.

Dada la cantidad de invitados, tendrá que utilizar 2 moldes circulares para elaborar el pastelón, uno de 20 cm y otro de 30 cm de diámetro. Para dividirlos en partes iguales ha pensado seccionar el más pequeño en 6 porciones y el grande en 12. ¿Cuánto medirá el ángulo de cada pedazo del pastelón del molde pequeño?



Como sabemos, la circunferencia mide 360° y hemos definido que repartiremos el pastelón en partes iguales; eso significa que el ángulo de cada ración será el mismo. Es decir, 360° dividido entre 6 es igual a 60° .

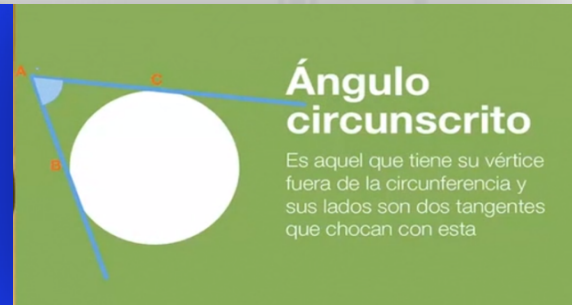


Arcos y ángulos de una circunferencia

En síntesis, hemos visto que la circunferencia tiene arcos y ángulos. Los arcos son aquellos que se forman en una circunferencia al unir dos puntos exteriores con su centro, y pueden ser arco mayor y arco menor, el arco mayor es el que mide más que una semicircunferencia y el arco menor es el que mide menos que una semicircunferencia.



En el caso de los ángulos vimos que estos pueden ser centrales, inscritos y circunscritos. Los centrales son aquellos que tienen su vértice en el centro de la circunferencia y los lados son radios de ella, los inscritos son los que tienen por vértice un punto de la circunferencia y sus radios son cuerdas de ella y los circunscritos los que tienen su vértice fuera de la circunferencia y sus lados son dos tangentes que chocan con esta.



Ejercitación

Responde las preguntas de la 1 a la 3 a partir de la siguiente información

El dinero de circulación legal en República Dominicana es el peso dominicano y está diseñado en papel de forma rectangular y las monedas de forma circular son elaboradas a través de una aleación de metales. Entiéndase por aleación como la combinación de dos o más sustancias para conformar el objeto.

Las monedas según su valor cuantitativo tienen el mismo tamaño, las de veinticinco pesos tienen un diámetro de 3 cm, las de 10 pesos un diámetro de 2.5 cm y las de 5 un diámetro de 2.2 cm; a medida que aumenta su valor, también aumenta su tamaño.

1. ¿Cuál de los siguientes enunciados es una afirmación correcta?
 - a. En todas las monedas los arcos mayor y menor tienen la medida igual.
 - b. El arco mayor de la moneda de diez pesos es menor que la de cinco.
 - c. El arco menor de la moneda de cinco pesos es mayor que la de diez pesos.
 - d. El arco mayor de la moneda de veinticinco pesos es mayor que el arco de las demás.
2. Al dividir las monedas de 25 en 5 partes iguales, la de 10 en 6 partes iguales y la de 5 en 4 partes iguales. ¿En cuál se obtiene un ángulo de 90° ?
 - a. En la moneda de cinco.
 - b. En la moneda de diez.
 - c. En la moneda de veinticinco.
 - d. Los ángulos formados miden 90° en todas las monedas.
3. Las monedas de veinticinco pesos tienen un tamaño estándar, teniendo en cuenta que su diámetro es de 3 cm y que trazamos un ángulo central de 60 grados. ¿Cuánto mide la longitud de su ancho?
 - a. 3,14 cm
 - b. 0.785cm
 - c. 1.5cm
 - d. 1.57cm

Ejercitación

Responde a las preguntas 4 y 5 a partir de la siguiente información

Una circunferencia es el conjunto de puntos del plano que están a una distancia constante de un punto dado llamado centro.

4. Cuando se traza un ángulo central de 60 grados a una moneda de 10 pesos la longitud del arco mayor es igual al de una moneda de 25 pesos.
 - a. Verdadero.
 - b. Falso.

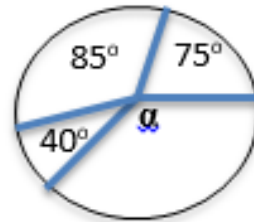
5. Cuando trazamos un ángulo inscrito en una circunferencia, ¿cuántos puntos de ella toca?
 - a. 1
 - b. 2
 - c. 3
 - d. 4

Evaluación

Una circunferencia es el conjunto de puntos del plano que están a una distancia constante de un punto dado llamado centro.

- Los lados y las prolongaciones de un ángulo interior a una circunferencia forman un arco de 120° y otro de 30° ; entonces dicho ángulo mide:
 - 30°
 - 150°
 - 120°
 - 190°

- Teniendo en cuenta en cuenta la siguiente figura, ¿cuál es la medida del ángulo que falta?
 - 120°
 - 160°
 - 180°
 - 195°



- Un ángulo de 20° inscrito a una circunferencia forma un arco de:
 - 20°
 - 40°
 - 60°
 - 80°
- Si dividimos la circunferencia en partes iguales y el ángulo central de cada una de las partes mide 36° . ¿En cuántas partes se ha dividido la circunferencia?
 - 9 partes
 - 10 partes
 - 18 partes
 - 36 partes

- ¿Qué tipo de ángulo se muestra en la siguiente figura?
 - Ángulo inscrito.
 - Ángulo circunscrito.
 - Ángulo interior.
 - Ángulo exterior.

